VITTORIO EM. III

SBN 648360

SULL' APPLICAZIONE

DELLA

TERMODINAMIA

alle macchine a vapore

PER

ERNESTO DE LUISE

Ingegnere civile

NAPOLI
TIPOGRAFIA DI LUIGI GARGIULO
Strada Speranzella N. 95

1870

Digitized by Google

BIBLIOTECA PROVINCIALE di NAPOLI

I.

INTRODUZIONE

.....les bases de la théorie antérieure des machines à vapeur ont subi des modifications si essentielles, depuis la théorie mécanique de la chaleur, qu'il est nécessaire de soumetre ce sujet à un nouvel examen.

Clausius — Théorie mécanique de la chaleur — Paris, 1868.

Se numerosi sono stati in tutti i tempi i fatti meccanici e fisiologici che istintivamente prodotti non mancarono mai di presentare continuamente allo spirito umano il fenomeno della trasformazione di forza viva in calore e di calore in forza viva, pure i principii che informano oggi la teoria che studia le relazioni tra calore e lavoro non potendo stabilirsi che per l'esame diretto dei fenomeni termici, non dovevano svilupparsi se non quando a fondamento di tutte le scienze si fosse adottato il metodo sperimentale. Noi vediamo infatti incominciare a ritenersi possibile la trasformazione indicata, solo quando per opera di Telesio, Galilei e Bacone, le scienze, spoglie da quella confusione nella quale le aveva immerse la dialettica della filosofia scolastica, incominciarono a ricostruirsi su basi più solide per l'ajuto della sperimentazione. Il Bacone in una sua opera intitolata: *De forma*

Digitized by Google

calidi, in cui egli prende ad esaminare varii fenomeni ed effetti del calore, sostiene che il *calore è una specie di movimento*: *ma*, soggiunge egli, *io non credo che il movimento potesse produr sempre il calore ed il calore il movimento, quantunque ciò avvenga in diversi casi.* La prima di queste due opinioni forma oggi appunto quella fra le due ipotesi sulla natura del calore che più si accorda colle conseguenze della termodinamia; l'altra sarebbe stata l'espressione del 1° principio fondamentale di questa teoria, se fosse stata enunciata con più generalità e senza alcuna restrizione. Ma se non si può attribuire al gran filosofo inglese la scoverta della termodinamia, non gli si deve però negare il merito di aver pel primo indicata la vera via per giungervi, col promuovere il metodo sperimentale e coll'attribuire al calore una natura che è la sola capace di condurre alla termodinamia. Lo scopritore della termodinamia o doveva, indipendentemente da qualunque ipotesi sulla natura del calore, stabilire per l'attenta osservazione dei fenomeni termici il principio della reciproca trasformazione fra calore e lavoro, o, se avesse voluto armonizzare i fatti osservati con una ipotesi sulla natura del calore, avrebbe dovuto ritenere quella del *calore-movimento*: una ipotesi che assegnava al calore l'indistruttibilità (quale quella del *calore-sostanza*), non poteva, nello spiegare i fatti osservati, che continuamente ostacolare lo sviluppo della termodinamia.

Per la sola ipotesi del *calore-sostanza* fu infatti differita di 18 anni la scoperta della termodinamia che per mezzo delle macchine a vapore avrebbe dovuta esser fatta da Sadi Carnot, quando nel 1824 egli pubblicava quella sua famosa opera intitolata: *Reflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à dëvelopper cette puissance.* Se si osserva infatti che il movimento nelle macchine a vapore incomincia solo quando si è comunicata alla caldaja una sufficiente quantità di calore, si vedrà che in esse il calore è la causa del lavoro utile pro-

dotto. Or supposta trasmessa alla caldaja una certa quantità di calore, due ipotesi possono farsi: o il vapore dopo aver lavorato nel cilindro motore, apporta nel condensatore la medesima quantità di calore ricevuto, o ne restituisce meno. La prima supposizione è una necessaria conseguenza dell'ipotesi del *calore-sostanza*; e però il Carnot, che, coll'ammettere questa ipotesi, si associava alle idee del suo tempo, dovè ritenere ancora quella conseguenza; e fu costretto a creare una teoria, che senza essere incompatibile coll'ipotesi favorita, poteva spiegare il modo col quale senza distruzione della sostanza calore, si produce il movimento nelle macchine a fuoco. In questa teoria egli ammette che il calore è un fluido, il quale tende naturalmente a passare da un corpo caldo in un corpo freddo per mezzo di un terzo corpo, producendo un lavoro; assolutamente come una massa d'acqua cadendo da un serbatojo superiore in un altro inferiore, può operare un lavoro per mezzo di una ruota idraulica. Nelle idee di Carnot l'assimilazione è completa fra i due fenomeni. La temperatura è la quota di livello propria al fluido calorifero. Il fluido calore, per mezzo di un corpo qualunque, discende da un corpo superiore (in temperatura), in uu corpo inferiore; e questa *caduta* produce un lavoro. Nelle macchine a vapore dunque, secondo Caruot, il lavoro è prodotto dalla *caduta* calore dalla caldaja nel condensatore per mezzo dell'acqua gassificata; e quindi tanto maggiore è il lavoro fatto dalla macchina, per quanto più è grande la differenza delle temperature mantenute nella caldaja e nel condensatore; ciò che egli esprimeva col dire che il lavoro di quelle macchine è proporzionale all'*altezza della caduta del calore*. Or se invece il Carnot avvesse ammessa l'ipotesi del *calore-movimento*, non sarebbe stato costretto a ritenere l'errore che quanto calore il vapore toglie dal fornello, altrettanto ne consegna al condensatore; e però essendo possibile la seconda supposizione testè enunciata, avrebbe creata la termodinamia, col ritenere (come era lecito) il

Digitized by Google

lavoro prodotto dalla macchina come l'equivalente del calore sparito. Questa opinione sarà meglio dichiarata in appresso, quando parlando del lavoro del vapore, mostreremo come non ostante l'ipotesi del *calore — sostanza* ammessa da Carnot, quest'ingegno straordinario nello stabilire fin dal 1824 la vera teoria delle macchine a vapore, avesse intuita ancora una termodinamia.

La teoria dinamica del calore cominciò verso il 1842 per opera del dottor Mayer di Heilbronn. In soli 10 anni quest'uomo di genio studiò la maggior parte delle quistioni, sulle quali si è poi esercitata la termodinamia; prima per opera di Ioule, professore di fisica a Manchester, indi di Helmholtz, Hirn, Zeuner, Clausius e Rankine.

Per la completa intelligenza dell'applicazione trattata in questa memoria, abbiamo creduto indispensabile farla precedere da poche nozioni di quella teoria, che ancora bambina in Italia, forma il vanto più solenne della Germania e dell'Inghilterra.

Digitized by Google

II.

PRINCIPII ED EQUAZIONI PRINCIPALI DELLA TERMODINAMIA

I. *Relazioni tra calore e lavoro.* È noto che nella compressione dell'aria si sviluppa una quantità di calore così considerevole, da accendere il pezzetto d'esca posto sulla base dello stantuffo nell'*acciarino pneumatico.* Or se dopo aver compressa l'aria in una camera di tromba chiusa da uno stantuffo, ne misuriamo la temperatura e, tolta la pressione, permettiamo ad essa di dilatarsi, una pila termo elettrica messa in comunicazione coll'interno della camera di tromba indicherebbe un abbassamento di temperatura. A questo punto la distinzione fatta del lavoro in *lavoro prodotto* e *lavoro consumato*, secondochè esso si considera rispetto al corpo che agisce o a quello che riceve l'azione, mena a conchiudere nel nostro esempio, considerando il lavoro rispetto all'aria, che nel caso della compressione si è prodotto calore col consumare lavoro, e che nell'espansione un consumo di calore ha dato luogo ad una produzione di lavoro. Questo esempio ed altri che per brevità ci asteniamo dal riportare dimostrano ad evidenza l'esistenza di una relazione tra calore e lavoro. Solo potrebbe dubitarsi che essa non sia la stessa per tutti i corpi, e fosse invece variabile secondo la diversa natura di essi. A provare che il rapporto tra calore e lavoro è costante, basterebbe esaminare varie esperienze all'oggetto istituite, ma noi preferiamo adottare la seguente dimostrazione per assurdo.

Supponiamo che $\frac{1}{a}$ sia per un corpo C il rapporto tra il calore T sparito od apparso al lavoro L prodotto o consumato, e che per un altro corpo C' questa ragione per le analoghe quantità T' ed L' sia $\frac{1}{a'}$; poniamo cioè:

$$\frac{T}{L}=\frac{1}{a},\quad \frac{T'}{L'}=\frac{1}{a'}.$$

Immaginiamo ripetuto m volte il lavoro L che ha prodotto il calore T, ed n volte il calore T' che ha prodotto il lavoro L'; per le relazioni precedenti avremo:

$$mT = \frac{mL}{a}, \quad nT' = \frac{nL'}{a'}.$$

E se queste due contrarie evoluzioni le supponiamo avvenute contemporaneamente nello stesso spazio, dovrà aversi

$$mT - nT' = \frac{mL}{a} - \frac{nL'}{a'}.$$

Scegliendo le due arbitrarie quantità m, n in modo da rendere $mT - nT' = 0$, vale a dire supponendo che lo spazio occupato dai due corpi non abbia in definitiva nè acquistato nè perduto calore, dovrà essere zero anche il secondo membro dell'equazione ultima. Ora, per la supposizione fatta, dev'essere anche $mL - nL = 0$, senza di che vi sarebbe stato consumo o produzione di lavoro senza alcuna variazione termica avvenuta; per conseguenza quel secondo membro diviene zero appunto quando sia $a = a'$. Dunque possiamo enunciare la 1.ª legge termodinamica: *Calore e lavoro sono mutuamente convertibili, e la loro relazione è indipendente dalla natura dei corpi.*

2. *Equivalente meccanico del calore.* Ad un volume d'aria pura a 0° rinchiusa in un vase di 1 metro quadrato di base e due metri di altezza, e sottoposta alla pressione di 0,m76 di mercurio, si comunichi la temperatura di 273 °. c. capace di duplicarne il volume. Per elevare a questo grado termometrico e sotto quella pressione supposta costante un metro cubo d'aria a 0°, occorreranno calorie $1{,}293 \times 273 \times 0{,}2375 = 83{,}83$, in cui 0,2375 è, per le esperienze di Regnault, la capacità termica del l'aria a pressione costante, ed 1,293 è il peso in chilogrammi di 1 metro cubo di aria a 0° e sottoposta alla pres-

sione a di $0^m,76$ di mercurio. Ma se un aumento di pressione avesse mantenuto costante il volume dell'aria, allora la sua capacità termica essendo 0,1865, il numero delle calorie richieste sarebbe stato $1,293 \times 273 \times 0,1686 = 59,47$. La differenza dunque $83,83 - 59,47 = 24,36$ indica appunto il numero delle calorie consumate nel 1.° caso per elevare la colonna atmosferica, di 1 metro. Ma la pressione dell'aria sopra 1 m. q. è di $10334^k,48$, essendo $0^{m\cdot}, 76$ l'altezza barometrica; dunque l'aria duplicando il suo volume ha prodotto un lavoro di $10334^k,48$ consumando calorie 24,36; e però il consumo di 1 caloria produce un lavoro di $\frac{10334,48}{24,36} = 424$ dinamie.

Ingegnosi e delicati esperimenti fatti prima da Joule e poi da Hirn, dimostrano invece che per produrre una caloria è necessario il consumo di 424 dinamie; sicchè possiamo dire: *ogni lavoro espresso in dinamie diviso per 424 si tramuterà in calorie, ed una quantità qualunque di calore espressa in calorie moltiplicata per 424 sarà convertita in dinamie.* Questo numoro 424, che nella dimostrazione precedente abbiamo indicato colla lettera a, si chiama *equivalente meccanico del calore*, ed il suo inverso $\frac{1}{424}$ è *l'equivalente termico del lavoro.*

3. *Lavoro interno ed esterno.* La dilatazione che ha luogo in un corpo nel riscaldarlo, porta naturalmente ad ammettere un doppio lavoro; l'uno interno che consiste nel vincere la forza di coesione che riunisce le molecole del corpo; l'altro esterno impiegato a vincere la pressione che sulla sua superficie vi esercita il mezzo ambiente. Indi indicando con Q il calore speso onde produrre per l'unità di massa di un corpo il lavoro interno U e l'esterno L ambedue espressi in dinamie, e ponendo $\frac{1}{424} = A$, si avrà

$$Q = A\,(U + L). \qquad (1)$$

Digitized by Google

Sia v il volume dell'unità di massa del corpo, e p la pressione che sull'unità di superficie vi esercita il mezzo ambiente. Poichè la resistenza interna alla dilatazione può variare non solamente colla distanza più o meno grande che le molecole serbano fra loro, e quindi col volume v, ma ancora colla pressione esterna, avremo in generale

$$U = F(v, p)$$

Supponendo conosciuta la natura di questa funzione, il lavoro eseguito dall'unità di massa del corpo nel passare dallo stato (v_1, p_1) all'altro (v_2, p_2) sarebbe

$$F(v_2, p_2) - F(v_1, p_1) = U_2 - U_1.$$

Ma se questa funzione è ignota, è evidente però che la quantità di lavoro compiuto nel detto passaggio dipenderà solamente dai valori iniziali e finali di essa, qualunque sieno state, durante questo passaggio, le alterazioni delle variabili p e v; e per conseguenza da quei valori estremi dipenderà ancora la porzione di Q impiegata a produrre il lavoro U.

Non sarà invece così dell'altra parte di Q che produce il lavoro L. Infatti chiamando l_1, l_2, ... l_n gli spostamenti piccolissimi che nel senso delle rispettive normali gli elementi di superficie dell'unità di massa soffrono nell'attuazione del lavoro esterno dL, ed essendo ps_1, ps_2, ..., ps_n le pressioni fatte sugli elementi s_1, s_2 ...., s_n, si avrà, osservando che la quantità chiusa in parentesi è l'aumento infinitesimo di v,

$$dL = (s_1 l_1 + s_2 l_2 + s_3 l_3 + \ldots + s_n l_n) p = p dv,$$

ed

$$L = \int_{v_1}^{v_2} p dv$$

Digitized by Google

Sostituiti questi valori di L e di $U_2 - U_1$ nella (1), avremo

$$Q = AF(v_2, p_2) - AF(v_1, p_1) + A\int_{v_1}^{v_2} pdv.$$

Or poichè non può effettuirsi l'integrazione indicata, senza assegnare una relazione tra p e v, da questa relazione ancora dipenderanno i valori di Q e di L.

4. *Equazioni fondamentali.* La precedente equazione differenziata diviene

$$dQ = A\left[\frac{dU}{dp}dp + \frac{dU}{dv}dv + pdv\right]$$

$$= A\left[\frac{dU}{dp}dp + \left(\frac{dU}{dv} + p\right)dv\right] \qquad (2)$$

Derivando rispetto a v il coefficiente di dp, e rispetto a p quello di dv, saranno

$$\frac{d}{dv}\left(\frac{dU}{dp}\right) = \frac{d^2U}{dpdv}, \quad \text{e} \quad \frac{d}{dp}\left(\frac{dU}{dv} + p\right) = \frac{d^2U}{dvdp} + 1.$$

Ma essendo U funzione di v e p, si ha $\frac{d^2U}{dpdv} = \frac{d^2U}{dvdp}$, e però sarà

$$\frac{d}{dp}\left(\frac{dU}{dv} + p\right) - \frac{d}{dv}\left(\frac{dU}{dp}\right) = 1 \qquad \text{I}$$

1.ª *equazione principale della termodinamia.*

Questa equazione dimostra che il secondo membro della (2) non è un differenziale esatto; e però per poterlo integrare basterà assegnare una dipendenza tra p e v, e con questo si renderà Q dipendente dalla legge di variazione seguita dal corpo nel suo passaggio dallo stato (v_1, p_1) all'altro (v_2, p_2).

Ad ottener ciò, moltiplichiamo e dividiamo i due mem-

Digitized by Google

bri della (2) per una arbitraria funzione T di p e v; essa prenderà la forma

$$dQ = AT\left[\frac{1}{T}\cdot\frac{dU}{dp}dp + \frac{1}{T}\left(\frac{dU}{dv} + p\right)dv\right].$$

Per la supposizione ora fatta, potremo sottoporre la T alla condizione di rendere differenziale esatto la quantità in parentesi dell'equazione precedente; ed a ciò dovrà essere

$$\frac{d}{dv}\left(\frac{1}{T}\cdot\frac{dU}{dp}\right) = \frac{d}{dp}\left[\frac{1}{T}\left(\frac{dU}{dv} + p\right)\right],$$

cioè

$$\frac{1}{T}\cdot\frac{d^2U}{dpdv} - \frac{1}{T^2}\cdot\frac{dU}{dp}\cdot\frac{dT}{dv}$$

$$= \frac{1}{T}\cdot\frac{d^2U}{dvdp} + \frac{1}{T} - \frac{1}{T^2}\left(\frac{dU}{dv} + p\right)\frac{dT}{dp}.$$

Riunendo e moltiplicando tutti i termini per T^2, si avrà la 2.ª *equazione principale*:

$$T = \left(\frac{dU}{dv} + p\right)\frac{dT}{dp} - \frac{dU}{dp}\cdot\frac{dT}{dv}. \qquad \text{II}$$

E poichè T è funzione di v e p, si dovrà avere

$$dT = \frac{dT}{dv}dv + \frac{dT}{dp}dp;$$

della quale se ne tien conto nell'eliminare fra le equazioni (2) e (II) una volta $\frac{dU}{dp}$ ed un altra $\frac{dU}{dv} + p$, si avrà nel 1º caso:

$$dQ = \frac{A}{\left(\frac{dT}{dv}\right)}\left[\left(\frac{dU}{dv} + p\right)dT - Tdp\right],$$

e nel 2º:

$$dQ = \frac{A}{\left(\frac{dT}{dp}\right)}\left[\frac{dU}{dp}\cdot dT + Tdv\right].$$

Quindi si potrà ottenere il valore di Q da una qualunque delle equazioni:

$$\left.\begin{aligned} dQ &= A\left[\frac{dU}{dp}dp + \left(\frac{dU}{dv} + p\right)dv\right] \\ dQ &= \frac{A}{\left(\frac{dT}{dv}\right)}\left[\left(\frac{dU}{dv} + p\right)dT - Tdp\right] \\ dQ &= \frac{A}{\left(\frac{dT}{dp}\right)}\left(\frac{dU}{dp}\cdot dT + Tdv\right) \end{aligned}\right\} \quad \text{III}$$

La determinazione della funzione T poggiando sopra considerazioni, che, se volessimo esporre, ci allontanerebbero troppo dallo scopo prefisso, diremo solo essere essa una quantità della forma $T = a + t$, in cui t è la temperatura del corpo, ed a esprime il numero di gradi che bisogna percorrere sotto lo zero termometrico per arrivare allo zero assoluto, e che è eguale a 273.

Da questa stessa equazione $T = a + t$ risultano le altre

$$dT = dt, \frac{dT}{dv} = \frac{dt}{dv}, \frac{dT}{dp} = \frac{dt}{dp},$$

e questi valori posti nelle equazioni principali, v'introdurranno una novella variabile, cioè la temperatura t. Ma noi senza farlo per tutte, lo effettuiremo solamente per la 3.ª delle precedenti III, la quale così trasformata ci servirà in seguito; ed avremo

$$dQ = \frac{A}{\left(\frac{dt}{dp}\right)}\left[\frac{dU}{dp}dt + (a + t)\,dv\right].$$

Digitized by Google

III.

APPLICAZIONE DELLE NOZIONI PRECEDENTI AI VAPORI.

5. *Vapore saturato e vapore riscaldato.* Le sostanze liquide sotto le ordinarie condizioni di temperatura e pressione atmosferica, danno luogo per un cangiamento di stato prodotto da aumento di temperatura a quelli aeriformi conosciuti col nome di *vapori.* Ora è necessario distinguere due casi ben diversi fra loro; secondo che cioè il vapore è in contatto col liquido generatore, ovvero ne stà separato. Pel 1.° caso l'esperienza ha dimostrato:

1.° Che la tensione e la quantità di vapore prodotto in un dato spazio e per una data temperatura sono costanti.

2.° Restando costante la temperatura, l'aumento dello spazio costringerà una novella porzione di liquido a gassificarsi, e la sua diminuzione farà ritornare a liquido parte del vapore prodotto.

3.° Che infine, ponendo lo spazio costante, quantità e tensione del vapore aumenteranno o diminuiranno col crescere o scemare della temperatura.

Per queste proprietà il vapore che, chiuso in uno spazio determinato, sta in contatto col liquido che lo ha generato, ha ricevuto il nome di *vapore saturato;* espressione più breve, ma meno propria dell' altra di *vapore saturante lo spazio* che si considera.

Ove poi il vapore non fosse in contatto col liquido generatore, e non rendesse saturo lo spazio che lo contiene, si potrà sempre ridurne il volume e la temperatura, senza che avvenga alcuna liquefazione; ed in questo caso la densità andrà aumentando, mentre al contrario andrebbe decrescendo insieme alla tensione, se lo spazio crescesse senza variazione di temperatura. Un aumento in ultimo di temperatura in uno spazio costante, darebbe un aumento di tensione senza alterare la densità. Il vapore che soddisfa a queste condizioni prende il nome di *vadore riscaldato.*

Si rileva da queste proprietà:

1. Che la tensione nei vapori saturati è funzione della sola temperatura, mentre nei vapori riscaldati dipende dalla temperatura e dalla pressione.

2. Che per una data temperatura la tensione del vapore saturato è massima.

Una relazione fra temperatura e pressione non potendo esser data nello stato attuale della scienza che da una formola empirica, il Regnault poggiandosi sopra una serie di esperienze da lui stesso fatte sopra i vapori saturati, ha prescelta tra le molte proposte l'espressione:

$$\log p = a + b\ \alpha^t + c\beta^t,$$

in cui $\log p$ è il logaritmo briggiano della tensione del vapore misurata in millimetri di mercurio; a, b, c, α, β sono cinque costanti che si determinano mediante altrettanti valori sperimentali di p, ed infine t esprime la differenza fra la temperatura t_1 del valore, ed una temperatura fissa t_0 per la quale Regnault ha presa quella corrispondente alla minima tensione osservata. I risultati delle sue esperienze, che si trovano in una memoria da lui pubblicata, sono stati poi aumentati da Zeuner per interpolazione.

6. *Calore di fluidità e di vaporazione.* L'interessante quistione di determinare la quantità di calore che bisogna consumare per convertire un chilogrammo d'acqua a 0° in altrettanto vapore saturato di grado t, fu risoluta dal Regnault, il quale partendo, come era necessario, da una formola empirica, ha trovato

$$\lambda = 606{,}5 + 0{,}305\ t.$$

Ma la quantità richiesta λ bisogna considerarla come composta di due parti; una consumata per elevare la temperatura dell'acqua da 0° a t°, e l'altra occorsa per

convertirla in vapore saturato di grado t. Chiamando q la prima, ed r la seconda, si ha

$$\lambda = q + r \qquad (3)$$

Ora la determinazione di q essendo più facile di quella di r, il Regnault la prescelse ; anche sperimentalmente operando, e partendo pure da una formola empirica, trovò

$$q = t + 0,00002\, t^2 + 0,0000003\, t^3.$$

Conosciute le due quantità λ e q, dalla (3) si ebbe l'altra r. La parte di calore q venne chiamata *calore di fluidità*, e l'altra r *calore di vaporazione*.

Ma se concediamo al Regnault di non aver tenuto conto del calore consumato per il lavoro esterno prodotto dalla dilatazione del liquido, essendo questa piccolissima, non possiamo invece col medesimo autore ammettere che il calore scomparso nell'evaporazione sia interamente impiegato a vincere la forza di coesione dell'acqua nel suo passaggio dallo stato liquido allo stato aereforme, poichè, per la grande variazione di volume che ha luogo in detto passaggio, non può esser disprezzato il calore che si perde per effettuire il lavoro esterno che si esegue nel superare la pressione sotto la quale ha luogo l'evaporazione. La termodinamia ritenuta dunque l'espressione precedente di q, si è fatta nel modo seguente a determinare il calore ϱ consumato in solo lavoro interno.

Sia s il volume dell'unità di peso del liqnido, ed s' quello che esso occupa quando è convertito in vapore saturato sotto la pressione costante p. Il lavoro esterno compiuto in detto passaggio e la quantità di calorie consumate saranno rispettivamente

$$L = p\,(s' - s)\,pu, \; Q = Apu,$$

dove con u s'indica la differenza $s' - s$.

Supponiamo che sia x la parte di 1 kil. di liquido cangiata in vapore; essendo allora $1 - x$ quella che ri-

mane liquida, ne indicheranno $s'x$, ed $s(1-x$ i volumi rispettivi; e chiamato v il totale volume occupato, si avrà

$$v = s'x + s(1-x) = ux + s \qquad (4)$$

Comunichiamo a questa mescolanza la quantità di calore dQ, e supponiamola impiegata a produrre un'altra quantite dx di vapore saturato, senza produrre così alterazioni nella sua pressione e temperatura. Poichè r indica il calore di vaporazione di 1 kil. di liquido, dovrà aversi ancora

$$dQ = rdx.$$

Ma giacchè s ed s' variano con t, lo stesso avverrà di $s'-s=u$; e però differenziando la (4) nell' ipotesi di t costante, avremo

$$dv = udx\,,\ \text{da cui}\ dx = \frac{dv}{u};$$

quindi

$$dQ = rdx = \frac{r}{u}\,dv. \qquad (5)$$

Ora la stessa ipotesi di p e t costanti introdotta nell'equazione ultima del n.° 4, la metterà sotto la forma

$$dQ = \frac{A}{\left(\frac{dt}{dp}\right)}(a+t)\,dv,$$

che comparata colla (5) diviene

$$\frac{r}{u} = \frac{A}{\left(\frac{dt}{dp}\right)}(a+t) = A\,(a+t)\frac{dp}{dt} \qquad (6)$$

Digitized by Google

dalla quale si potrà avere il valore di u; giacchè per le ricerche di Regnault conoscendo p in funzione di t, potremo avere $\frac{dp}{dt}$. Ottenuto il valore di u, sarà conosciuto quello di Apu, e le equazioni

$$J = \lambda - Apu, \quad \rho = r - Apu$$

daranno rispettivamente le quantità di calore J e ρ da consumarsi, onde produrre il lavoro interno che occorre perchè 1 kil. di liquido, nel 1° caso a 0°, si traduca in vapore saturato di grado t; nel 2° a $t°$, si converta anche in vapore saturato di egual temperatura.

7. *Peso specifico dei vapori saturati.* La determinazione dei pesi specifici dei vapori saturati è uno dei più belli risultati a cui sia giunta la termodinamia. I valori di essi per l' addietro ottenuti coi metodi ordinarî si riterranno erronei sia considerando che gli esperimenti non hanno potuto esser fatti che sopra vapori non saturati, sia riflettendo che la riduzione dei dati sperimentali si è dovuta effettuire mercè le leggi di Mariotte e Gay-Lussac, che non possono logicamente verificarsi applicate che siano ai vapori saturati.

Dalla formola avanti ottenuta $u = s' - s$, si ha $s' = u + s$. Or perchè il volume dell' unità di peso di un liquido è sempre piccolissimo rispetto al volume d' un egual peso di vapore, si può a qualunque temperatura supporlo costante. Per l' acqua dunque avendosi $s = 0^{m.c}, 001$ sarà questa quantità, a tutte le temperature, una parte del precedente valore di s'; l' altra u si otterrà dalla formola (6) trovata nel n° precedente, quando si conoscono i valori di p ed r in funzione di t. Ottenuto così il volume s' dell' unità di peso dal vapore, la quantità $\frac{1}{s'}$ ne indicherà il peso specifico.

8. *Quadro di Zeuner.* Per maggiormente facilitare l'ap-

plicazione pratica delle formole precedenti, il signor Zeuner ha calcolato un quadro, il quale contiene i valori di Apu, J, ρ, u, $\frac{\rho}{u}$, v ed $\frac{1}{v}$ che occorrono nelle più importanti applicazioni della termodinamia ai vapori saturati. Essi son posti accanto ad una lunga serie di valori di temperature e pressioni corrispondenti, ottenute parte per le esperienze di Regnault, parte per interpolazione. Questo quadro tradotto da Hirn nella sua: *Esposizione analitica e sperimentale dalla teoria meccanica del calore*, è calcolato fino a 14 atmosfere; limite più che sufficiente per l'applicazione di cui ci occupiamo.

All'occasione di moltissimi calcoli fatti dallo stesso Zeuner sopra i vapori saturati, egli si è assicurato che senza valutare il coefficiente differenziale $\frac{dp}{dt}$ della formola (6) quando si vuole aver Apu, basta servirsi dell'altra

$$Apu = 30,456 \log^e \frac{273 + t}{100} \qquad (8),$$

dalla quale l'istessa (6), nei casi da lui esaminati, pochissimo differiva. Similmente egli trovò che i valori di J e ρ potevano esser dati con grandissima approssimazione dalle formole

$$J = 573,34 + 0,2342\,t, \quad \rho = 575,03 - 0,7882\,t.$$

9. *Equazione principale per le mescolanze di vapore e liquido generatore*. Supponiamo che la parte x di un chilogrammo di liquido si sia ridotta in vapore saturato di grado t. La quantità di calore consumato per il lavoro interno sarà (n° 6).

$$J x = (\lambda - Apu)\, x;$$

e la rimanente parte liquida $1 - x$ nel riscaldarsi anche

a t^0, ha richiesto il calore $q\,(1-x)$; dunque in totale per solo lavoro interno si è consumato il calore

$$q\,(1-x)+Jx=(J-q)\,x+q.$$

E poichè si ha $J=r+q-Apu$, sarà

$$J-q=r-Apu, \text{ ed } (J-q)\,x+q=\rho\,x+q.$$

Supponiamo ora che il miscuglio dallo stato iniziale (ρ_1, q_1), passi all'altro (ρ, q). In questo caso l'alterazione avvenuta nel lavoro interno, espressa da $U-U_1$, avrà richiesto il calore

$$A\,(U-U_1)=q-q_1+(\rho-\rho_1)\,x,$$

da cui

$$AdU=dq+d\,(\rho\,x). \tag{9}$$

Posto ciò ad un miscuglio di vapore e liquido generatore si comunichi la quantità di calore dQ. I valori dei due lavori interno ed esterno, dU, dL, daranno allora, a causa dell'equazione (1) del n° 3,

$$d\,Q=A\,(d\,U+d\,L)$$

Sostituendo ad Adu il suo valore indicato dalla (9), si avrà l'equazione generale per le mescolanze di vapore e liquido generatore:

$$d\,Q=dq+d\,(\rho\;x)+AdL$$

Ma poichè si à visto (n° 3) che $dL=pdv$, si avrà pure

$$d\,Q=dq+d\,(\rho\,x)+Apdv.$$

Ponendo in questa invece di dv il suo valore che si ottiene dall'equazione $v=ux+s$, essa diviene

$$dQ=dq+d\,(\rho\,x)+Apd\,(u\,x)$$

$$=dq+d\,(\rho\,x)+Ad\,(pux)-Aux\,Auxdp.$$

Ora dalla seconda delle equazioni (7) del n° 6 avendosi $r = \rho + Apu$, sarà pure

$$rx = \rho\, x + Apux\,, \text{ da cui } d\,(rx) = d\,(\rho x) + Ad\,(pux).$$

Il valore di $d\,(\rho\, x)$ tratto da questa equazione sostituito in quello precedente di dQ, darà

$$dQ = dq + d\,(r\,x) - Aux.\,dp.$$

E poichè dalla (6) dello stesso numero si ànno le altre

$$rdt = Au\,(a+t)\,dp,\ \frac{rx}{a+t}\,dt = Auxdp,$$

l' ultima espressione di dQ diverrà

$$dQ = dq + d\,(rx) - \frac{rx}{a+t}\,dt, \qquad (10)$$

dove, indicata con c la capacità termica del liquido potremo sostituire cdt a dq, e si avrà pure

$$dQ = cdt + d\,(rx) - \frac{rx}{a+t}\,dt.$$

Supponendo che le alterazioni nei due lavori avvengano senza aggiunzione nè sottrazione di calore, ma per sola variazione di volume, sarà $d\,Q = 0$, e si otterrà infine:

$$cdt + d\,(rx) - \frac{rx}{a+t}\,dt = 0 \qquad (11)$$

Digitized by Google

IV.

TEORIE ORDINARIE DEL LAVORO DEL VAPORE

10. Onde meglio far vedere la necessità di calcolare il lavoro del vapore in modo diverso da quello che anche oggi si tiene per l'applicazione delle due teorie in uso, le abbiamo quì appresso riportate, insieme alle osservazioni che mostrano il grado di esattezza realizzabile per l'applicazione di esse.

È anzitutto necessario che avvertire macchine ed *espansione* si dicono quelle nelle quali una porzione del lavoro da esse fornito è prodotto dalla dilatazione del vapore, il che avviene quando è chiusa la comunicazione fra la caldaja ed il cilindro motore. Se il vapore dopo aver effettuito il suo lavoro va a liquefarsi nel condensatore, la macchina dicesi a *condensazione*.

Teoria fondata sulla legge di Mariotte. Chiamiamo:

L il lavoro del vapore per ogni colpo dello stantuffo;

p_1 la pressione esistente nella caldaja riferita all'unità di superficie;

p_0 la contropressione anche per unità di superficie che si esercita sulla faccia dello stantuffo, contropressione che per facilità si suppone eguale precisamente alla pressione atmosferica o alla pressione del vapore nel condensatore, secondochè la macchina scarica il suo vapore nell'atmosfera o nel condensatore;

v_1 il volume del vapore alla fine dell'immissione;

v_2 il volume del vapore alla fine dell'espansione.

Siccome nella teoria di cui ci occupiamo si ammette che la pressione del vapore nel cilindro sia costante durante tutto il tempo dell'immissione, ed eguale alla pressione del vapore nella caldaja, il lavoro eseguito durante l'immissione è evidentemente dato dal prodotto $p_1(v_1 - v_0)$, in cui v_0 indica il volume dello spazio *nocivo*, cioè di quello spazio che non si lascia giammai

percorrere dallo stantuffo, al solo scopo di evitare gli urti sempre dannosi di questo contro i fondi del cilindro.

Sia v il volume del vapore ad un istante qualunque dell'espansione, e p la sua pressione per l'unità di superficie. Se si ammette che durante il cangiamento di volume la temperatura del vapore resti costante, si avrà per la legge di Mariotte:

$$\frac{v_1}{v} = \frac{p}{p_1}, \text{ da cui } p = p_1 \frac{v_1}{v}.$$

Sostituendo questo valore di p nell'integrale $\int_{v_1}^{v_2} p dv$, che nel n° 3 abbiamo visto essere l'espressione generale del lavoro esterno eseguito da un corpo qualunque nel passare del volume v_1 all'altro v_2, si otterrà pel lavore ad espansione l:

$$l = p_1 v_1 \int_{v_1}^{v_2} \frac{dv}{v} = p_1 v_1 \log^e \frac{v_2}{v_1} = p_1 v_1 \log \frac{v_1}{v} \times 2,302$$

Il lavoro della contropressione essendo $- v_2 p_0$, sarà

$$L = p_1 v_1 \left(1 + \log \frac{v_2}{v_1} \times 2,302\right) - p_1 v_0 - v_2 p_0$$

10. *Teoria di Pambour* (1). Il signor Pambour si è egli stesso assicurato per via di esperienze, che il vapore d'acqua dopo di aver lavorato per espansione nel cilindro d'una macchina a vapore, ne esce con una temperatura sempre inferiore a quella colla quale vi era entrato; e che dippiù questa temperatura è sempre quella che corrisponde alla pressione osservata alla fine dell'espansione nell'ipotesi del vapore saturato. Erroneamente, come sarà in seguito dimostrato, egli conchiuse da ciò

(1) Théorie des machines à vapeur, par le comte T—M—G de Pambour, Paris, 1844.

che durante l'intero periodo di espansione il vapore si mantiene costantemente saturato senza che una porzione di esso passi allo stato liquido. Non gli sfuggì, è vero, la costante riproduzione dell'acqua nel cilindro, ma la ritenne tutta come meccanicamente trasportata dal vapore che giunge dalla caldaja.

La supposizione che i vapori saturati rendessero soddisfatte le leggi di Mariotte e Gay-Lussae, rese facile al Pambour la ricerca di una relazione fra volume e pressione necessaria al calcolo del lavoro ad espansione. Ed infatti se si ritiene con Gay-Lussae 1$^{m.c}$ 696 pel volume di 1 Kil. di vapore a 100°, e s'indicano con v e p il volume e la pressione ad una temperatura qualunque t, si avrà, poichè la pressione di un atmosfera sopra un metro quadrato è di 10333 Kil.

$$\frac{v}{1,696} = \frac{10333}{p} \cdot \frac{1+\alpha t}{1+\alpha . 100},$$

da cui

$$v = 1,696 \frac{10333}{p} \cdot \frac{1+\alpha t}{1+\alpha . 100}. \qquad (12)$$

Or la valutazione del lavoro ad espansione richiedendo la conoscenza di una relazione fra p e v solamente, doveva dal Pambour eliminarsi dall'equazione precedente la t per mezzo di una relazione qualunque, allora conosciuta, fra pressione e temperatura. Ma questa eliminazione conducendo ad equazioni troppo complicate per la pratica, il Pambour ha preferito trovare nna formola empirica, alla quale ha data le forma generale:

$$v = \frac{B}{b+p}, \qquad (13)$$

dove B e b sono delle costanti che egli cercò di determinare in modo che i valori di v ottenuti da questa for-

mola concordassero il più esattamente possibile con quelli che si ricavano dalla (12), quando in essa pel *coefficiente di dilatazione* α si ritiene il valore 0,00366 che compete all'aria. Ma come questa determinazione non dava una esattezza sufficiente per tutte le pressioni di cui si fa uso nelle macchine a vapore, egli propose la formola $v = \frac{20000}{1200 + p}$ per le macchine con condensazione nelle quali la pressione del vapore varia fra $\frac{2}{3}$ e $3\frac{1}{2}$ atmosfere, e $v = \frac{21232}{3020 + p}$ per le macchine senza condensazioni nelle quali la pressione è variabile fra $\frac{1}{2}$ e 5 atmosfere.

Ciò posto per determinare il lavoro effettuito durante l'immissione, il Pambour osserva che a causa dello scolo del vapore dalla caldaja nel cilindro, la pressione in quest'ultimo è sempre inferiore a quella nella caldaja; e che di più essa non è costante durante tutto il tempo dell'immissione, ma varia ad ogni istante col variare dell'apertura degli orifizii chiusi dai tiratoj o dalle valvole. Ora la considerazione di queste circostanze sembrando al Pambour molto imbarazzante in pratica, egli ammise che quella pressione che moltiplicata pel volume generato dallo stantuffo dava lo stesso lavoro eseguito in totale dalla pressione variabile, poteva senza errore considerevole ritenersi come eguale a quella che ha luogo alla fine dell'immissione quando è chiusa la comunicazione fra la caldaja ed il cilindro. Per conoscere questa pressione il Pambour suppone che siasi anzi tutto determinato coll'esperienza la quantità di vapore che entra nel cilindro durante l'unità di tempo, e quindi per ogni colpo dello stantuffo. Sia m la massa del vapore che entra nel cilindro per ogni colpo dello stantuffo. Poichè la (13) indica il volume occupato dall'unità di massa, si avrà

per la massa m che occupa alla fine dell' immissione il volume v_1:

$$v_1 = \frac{mB}{b+p}, \text{ da cui } p = \frac{mB}{v_1} - b.$$

Sottraendo dal prodotto pv_1 il prodotto pv_0 in cui v_0 è lo spazio nocivo, si avrebbe il lavoro del vapore durante il periodo d' immissione.

Se chiamiamo v e p il volume e la pressione del vapore contenuto nel cilindro ad un'epoca qualunque dell' espansioue, si avrà per ciò che precede

$$p = \frac{mB}{v} - b.$$

Questo valore della pressione sostitu ito nell' integrale definito $\int_{v_1}^{v_2} pdv$, darà pel lavoro ad espansione nella teoria di cui ci occupiamo:

$$l = mB \log^e \frac{v_2}{v_1} - (v_2 - v_1)\, b.$$

11. *Esame di queste due teorie.* Se s' iudica con c' il calore specifico del vapore saturato, si potrà nella (10) del n° 9 sostituire $c'dt$ a dQ; e se di più supponiamo che questa aggiunzione di calore sia capace di mantenere, senza alcuna condensazione, il vapore allo stato di saturazione, la stessa (10) diventa

$$c'dt = dq + dr - \frac{r}{a+t}\, dt, \text{ da cui } c' = \frac{dq}{dt} + \frac{dr}{dt} - \frac{r}{a+t}.$$

Or poichè pel vapore d' acqua si ha

$$\lambda = r + q, \text{ sarà } \frac{d\lambda}{dt} = \frac{dq}{dt} + \frac{dr}{dt},$$

e quindi

$$c' = 0,305 - \frac{606,5 - 0,695t - 0,00002t^2 - 0,0000003t^3}{273 + t},$$

quantità sempre negativa per tutti i valori di t per i quali sono verificate le formole di Regnault.

Poichè si ha

$$dQ = c'dt,$$

sarà

$$dQ = c'\frac{dt}{du'}du' = \frac{c'}{\left(\frac{du'}{dt}\right)}du'.$$

Ora la derivata $\frac{du'}{dt}$ è sempre negativa, giacchè quando la temperatura si eleva, il volume u' dell'unità di peso del vapore diminuisce; il valore di c' è pure negativo pel vapore d' acqua: dunque per questa sostanza il segno di dQ dipenderà da quello di du'. Supponiamo che il vapore saturato si dilati, du' è positivo e per conseguenza anche positivo sarà dQ, ed indicherà inoltre che per mantenere allo stato di saturazione il vapore che si dilata, bisogna comunicargli calore. Or se la dilatazione è tanto rapida che i corpi esterni non abbiano il tempo di fornirgli tutto il calore necessario (qual'è il caso delle macchine a vapore), una porzione del vapore sarà condensata, rimanendo l' altra allo stato di saturazione. Questo fatto indicato teoricamente per la prima volta da Clausius, fu in seguito dimostrato sperimentalmente da Hirn. Prese questi un cilindro di metallo avente per fondi due dischi di cristallo, e v' introdusse del vapore d' acqua ad una tensione maggiore di un' atmosfera. In questo stato l' interno del cilindro era perfettamente trasparente; ma quando, aperto un robinetto, si permetteva al vapore di dilatarsi, l' annebbiamento che immediatamente si manifestava nel cilindro per la formazione di piccolissime gocce d' acqua, dimostrava la condensazione accennata.

Chiamando v, v', p, p' i volumi e le pressioni rispetti-

vamente corrispondenti alle temperature t, t', che supporremo essere quelle possedute dal vapore al principio ed alla fine dell'espansione, la legge di Mariotte in primo luogo, e poi la combinazione di questa coll'altra di Gay-Lussac daranno le relazioni:

$$\frac{v'}{v}=\frac{p}{p'}, \quad \frac{v'}{v}=\frac{p}{p'}\cdot\frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}. \qquad (14)$$

Riteniamo in primo luogo col Pambour che il vapore nel dilatarsi resta saturato senza alcuna condensazione. In questo caso se nelle equazioni (14) si sostituiscono parecchi valori di v e v' tratti dalla (8) del n.° 8, e quelli p, p' ricavati direttamente o per interpolazione dal quadro delle relazioni numeriche fra pressione e temperatura dato da Regnault, si troverà che i secondi membri delle (14) sono sempre maggiori dei primi; che questa differenza aumenta col crescere della differenza delle temperature t e t'; e che per conseguenza anche nel caso che non vi sia condensazione le leggi di Mariotte e Gay-Lussac non sono applicabili ai vapori saturati.

Or poichè noi abbiamo dimostrato che questa condensazione ha realmente luogo, la v' dovrà ritenersi come indicante sempre il volume di un peso di vapore minore di 1 kil.; e però a più forte ragione è chiaro che quei secondi membri saranno sempre maggiori dei primi. Il quadro seguente che facilmente, dopo ciò che segue, ognuno potrà verificare, chiaramente lo dimostra. In esso i valori di x segnati in prima linea, indicano rispettivamente i pesi del vapore che restano nel miscuglio dopo che il kilogrammo di vapore a 150° si è dilatato fino ad avere una temperatura indicata in testa della colonna corrispondente.

Digitized by Google

t	125°,97	100°	76,°25	46°,21
x	0,9561	0,9122	0,8699	0,8164
$\frac{v'}{v}$	1,87	3,91	8,86	30,87
$\frac{p}{p'} \cdot \frac{1+\alpha t'}{1+\alpha t}$	1,91	4,14	10,34	37,84
$\frac{p}{p'}$	2,04	4,71	12,61	50,46

Queste osservazioni mostrano che i valori di p' ricavati dalle (14), che formano il fondamento del calcolo del lavoro ad espansione nelle due teorie che abbiamo riportate, sono effettivamente maggiori di quelli che realmente essi siano; giacchè i volumi v' sono di fatti minori di quelli che dovrebbero essere per soddisfare alle relazioni (14). Di qui si vede perchè il lavoro ad espansione calcolato mercè i valori precedenti di p' porta nel lavoro totale quell'aumento che i pratici vi riconoscono. Il Morin vorrebbe che il lavoro ottenuto per l'applicazione della sola legge di Mariotte, si diminuisse del trentesimo del suo valore, onde avere il lavoro effettivo.

Le considerazioni precedenti dimostrano:

1.° Che le due teorie da noi riportate per esser fondate sulle leggi di Mariotte e Gay-Lussac, che non sono verificate dai vapori saturati, sono insufficienti a valutare il lavoro del vapore.

2.° Che l'errore in più commesso per l'applicazione di queste teorie è tanto più grande, per quanto maggiore è la differenza delle temperature nella caldaja e nel con-

densatore; e quindi che questo errore è massimo nelle macchine ad alta pressione ed a condensazione.

3.° Che la teoria di Pambour è preferibile, perchè molto più esatta, a quella fondata semplicemente sulla legge di Mariotte, come lo indicano la seconda e terza linea del quadro precedente messe in relazione colla prima. Ciò si spiega coll' osservare che ritenendo la sola legge di Mariotte si ammette implicitamente che la temperatura del vapore resti costante, la qual cosa non può actarsi, perchè il doppio lavoro che deve eseguirsi nella dilatazione richiede consumo di calore, ciò che dà luogo ad un abbassamento di temperatura. Questo fatto d' altronde è confermato dall' esperienza.

V.

TEORIA TERMODINAMICA DEL LAVORO DEL VAPORE.

Si è già detto nella esposizione della teoria di Pambour che la valutazione esatta del lavoro del vapore durante l' immissione poggia sulla considerazione di tutte quelle circostanze che tendono a diminuire la pressione del vapore nel cilindro. Or come queste circostanze variano nei diversi sistemi di macchine secondo la varia loro costruzione, la valutazione in parola oltre ad essere di difficile attuazione, non può neppure esser generale. Per queste ragioni dunque e perchè tale calcolo si fonda sopra considerazioni del tutto estranee a quelle che sono richieste dallo scopo di questa memoria, noi supporremo che durante tutto il tempo dell' immissione il vapore arrivi perfettamente secco nel cilindro, e che agisca sullo stantuffo colla stessa pressione mantenuta nella caldaja. Per facilitare i calcoli in pratica si potrà ritenere col Pambour che la pressione media colla quale bisogna determinare il lavoro sia quella esistente nel cilindro al prin-

cipio dell' espansione, ma si dovrà aver cura di determinare sempre alla fine dell' immissione la quantità di vapore secco che entra nel cilindro per ogni colpo dello stantuffo. Se questa determinazione fosse fatta alla fine dell' espansione, il peso del vapore ottenuto sarebbe minore di quello che effettivamente entra nel cilindro, perchè nell' espansione, come abbiamo visto, una porzione del vapore passa allo stato liquido. Pel Pambour che non ammetteva tale condensazione, era indifferente che la determinazione indicata si facesse al principio alla fine dell' espansione. Tale procedere lo portava evidentemente a trovare un lavoro durante l' immissione minore di quello realmente effettuito; errore in meno che serviva fortunatamente a rendere più esatta la sua teoria, col compensare alquanto gli errori in più che egli commetteva per l' applicazione ai vapori saturati delle leggi di Mariotte e Gay-Lussac.

Supponiamo dunque che nel cilindro motore sia introdotto 1 kil. di vapore saturato e secco alla stessa pressione p_1 mantenuta nella caldaja ed alla temperatura corrispondente t_1. Questo vapore avendo un volume indicato dal valore di u tratto dall'equazione 8 del n.° 8 aumentato di 0,001, avrà durante l' immissione effettuito il lavoro:

$$L_1 = (u_1 + 0,001)\, p_1$$

Supponiamo chiusa la comunicazione fra la caldaja ed il cilindro: il vapore seguiterà a lavorare col dilatarsi, dando luogo, come abbiamo dimostrato, ad un miscuglio formato da una parte gassosa x variabile colla temperatura alla quale l' espansione è arrestata, e da una parte liquida $1 - x$. Per ottenere il lavoro eseguito durante questo periodo, applichiamo al vapor d' acqua allo stato di saturazione la formola $L = \int_{v_1}^{v_2} p dv$, che nel n.° 3 abbiamo visto essere l' espressione generale del lavoro e-

sterno eseguito da un corpo qualunque nel passare dal volume v_1 all' altro v_2.

Poichè (n.° 6) $v = ux + s$, sarà $dv = d(xu)$ e quindi $pdv = pd(xu)$, che può anche scriversi:

$$pdv = d(xup) - xu\frac{dp}{dt}dt, \qquad (\alpha)$$

Or poichè per la (6) del n.° 6 si ha:

$$xu\frac{dp}{dt}dt = \frac{rx}{A(a+t)}dt,$$

è pure per la (11):

$$xu\frac{dp}{dt}dt = \frac{1}{A}\left[d(rx) + cdt\right];$$

e però la (α) può porsi sotto la forma:

$$pdv = d(xup) - \frac{1}{A}\left[d(rx) + cdt\right] \qquad (\beta)$$

Per integrare questa espressione osserviamo che essendo secondo Regnault

$$c = 1 + 0{,}00004t + 0{,}0000009t^2,$$

è evidentemente

$$\int cdt = t + 0{,}00002t^2 + 0{,}0000003t^3.$$

Or poichè il 2.° membro di quest' equazione non è altra cosa che il calore di fluidità indicato con q nel n° 6, l' integrazione della (β) si effettua immediatamente e dà:

$$\int pdv = xup - \frac{1}{A}(rx + q).$$

Prendendo questo integrale fra i limiti t_1 e t_2 che noi supporremo essere le temperature rispettivamente possedute dal vapore al principio ed alla fine dell' espansione, e contrasegnando con l' indice 2 le quantità che entrano nella formola precedente, e che si riferiscono alla temperatura t_2, avremo pel valore generale del lavoro ad espansione:

$$L_2 = x_2 u_2 p_2 - x_1 u_1 p_1 + \frac{1}{A}(x_1 r_1 - x_2 r_2 + q_1 - q_2)$$

Se in virtù di ciò che si è detto al n.° 6, si pone $r = \lambda - q$, e si osserva che al principio dell' espansione per essere il vapore secco è $x_1 = 1$, si potrà ancora scrivere

$$L_2 = x_2 u_2 p_2 - u_1 p_1 + \frac{1}{A}\left\{\lambda_1 - \left[\lambda_2 x_2 + q_2(1 - x_2)\right]\right\}$$

$$= \frac{1}{A}\lambda_1 - u_1 p_1 - \left[\frac{1}{A}\lambda_2 x_2 + q_2(1 - x_2) - x_2 u_2 p_2\right].$$

Se questa espressione del lavoro ad espansione si traduce in calore col moltiplicarla per A, si ottiene

$$AL_2 = \lambda_1 - Au_1 p_1 - \left[(\lambda_2 - Au_2 p_2)x_2 + Aq_2(1 - x_2)\right].$$

Ma poichè si ha, (n.° 6),

$$\lambda_1 - Au_1 p_1 = J_1, \; (\lambda_2 - Au_2 p_2)x_2 = J_2 x_2,$$

si può porre anche

$$AL_2 = J_1 - \left[J_2 x_2 + q_2(1 - x_2)\right]$$

o finalmente dividendo per $A = \frac{1}{424}$:

$$L_2 = 424\left\{J_1 - \left[J_2 x_2 + q_2(1 - x_2)\right]\right\} \qquad (\gamma)$$

In questo calcolo del lavoro ad espansione noi abbiamo supposto che il vapore secco esistente nel cilindro alla fine dell' immissione pesi un chilogrammo. Or se ciò nella pratica non sempre ha luogo, è evidente però che in ciascun caso particolare basta prima cercare il lavoro ad espansione prodotto da un kil. di vapore, e moltiplicar poi questo lavoro pel peso P di vapore secco che entra nel cilindro per ogni colpo dello stantuffo. Aggiungendo in seguito al lavoro L_2P così ottenuto il lavoro durante l' immissione, e sottraendo da questa somma il lavoro della contropressione, si avrà il lavoro totale.

Poichè l' espansione si è effettuita senza addizione nè sottrazione di calore, la quantità x_2 della formola precedente, che indica il peso del vapore seccc restante nel cilindro alla fine dell' espansione, dovrà ottenersi per l'applicazione della (11) del n.° 9. Dividendola per $a+t$ essa diventa:

$$\frac{cdt}{a+t} + \frac{d(rx)}{a+t} - \frac{rxdt}{(a+t)^2} = 0.$$

Ora essendo

$$\frac{d(rx)}{a+t} - \frac{rxdt}{(a+t)^2} = d\frac{rx}{a+t},$$

l' equazione precedente in cui si sia fatta questa sostituzione sarà facilmente integrabile, e darà

$$\int_0^t \frac{cdt}{a+t} + \frac{rx}{a+t} + C = 0. \qquad (\delta)$$

Siano come avanti t_1, t_2 le temperature del vapore al principio ed alla fine dell' espansione, ed r_1, r_2 i valori corrispondenti del calore di vaporazione r. Se si osserva che al principio dell' espansione la quantità d' acqua liquida è nulla, per la (δ) si otterranno le relazioni:

$$\int_0^{t_1} \frac{cdt}{a+t} + \frac{r_1}{a+t_1} + C = 0,$$

$$\int_0^{t_2} \frac{cdt}{a+t} + \frac{x_2 r_2}{a+t_2} + C = 0.$$

Sottraendo la 2ª di queste equazioni dalla 1ª, la costante C sarà eliminata, e si avrà per determinare il peso x_2 di vapore che resta nel cilindro dopo l' espansione:

$$\int_{t_2}^{t_1} \frac{cdt}{a+t} + \frac{r_1}{a+t_1} - \frac{x_2}{a+t_2} = 0,$$

da cui

$$x_2 = \frac{a+t_2}{r_2}\left(\int_{t_2}^{t_1} \frac{cdt}{a+t} + \frac{r_1}{a+t_1}\right). \qquad (\varepsilon).$$

In questa equazione poichè i valori di r_1, r_2 si possono calcolare mercè le esperienze di Regnault, non resta che valutare l' integrale chiuso fra parentesi.

Essendo secondo Regnault $c = 1 + 0,00004\,t + 0,0000009\,t^2$, chiamiamo per brevità m ed n i coefficienti di t e t^2, avremo così

$$\int \frac{cdt}{a+t} = \int \frac{dt}{a+t} + m\int \frac{tdt}{a+t} + n\int \frac{t^2\,dt}{a+t}.$$

Queste facili integrazioni effettuite; e rimessi per m ed n i loro valori, verrà

$$\int \frac{cdt}{a+t} = 1,0561561 \; log^e\,(a+t)$$
$$- 0,0002057\,t + 0,00000045\,t^2.$$

Prendendo questo integrale fra i limiti t_2 e t_1; sostituendo ai logaritmi di Nepero quelli di Briggs, ed osservando che $t_1^2 - t_2^2 = (t_1 + t_2)(t_1 - t_2)$, verrà

$$\int_{t_2}^{t_1} \frac{cdt}{a+t} = 2,4319 \log \frac{a+t_1}{a+t_2}$$

$$+ \left[0,00000045\,(t_1 + t_2) - 0,0002057 \right] (t_1 + t_2)$$

Conosciuti così, nei casi particolari, i valori di r_1 ed r_2, e dell'integrale precedente, sarà nota la quantità di vapore che esiste nel miscuglio alla fine dell'espansione; e quindi, per differenza, si avrà il peso dei liquido prodotto dalla condensazione.

Or poichè le quantità J_1, J_2, q_2, x_2 son sempre note quando lo sono le altre p_1, p_2, t_1, t_2, ne segue che queste conosciute il lavoro L_2 è completamente determinato. Ma poichè nella pratica si preferisce di dare in luogo di t_2 il rapporto dei volumi iniziale e finale del vapore, noi abbiamo calcolati i valori di t_2 per alcuni rapporti di volumi più generalmente in uso, ed abbiamo trovato che quando il volume finale diventa 3, 4 o 5 volte il volume primitivo, la t_2 è di 47°, 49°, 67°, inferiore all'altra t_1. Sarà del resto sempre facile trovare altri rapporti, ponendo in relazione il volume del kil. di vapore a t_1° col volume del peso di vapore che resta nel miscuglio ad una temperatura che si fa variare fino a che non siasi ottenuto il rapporto dato.

Allo scopo di sempre più facilitare l'applicazione della (γ), osserviamo che la quantità c (calore specifico del liquido) benchè di poco, pure varia colla temperatura; e quindi non può con rigore ritenersi come costante. Ma se per le macchine a vapore si prende $c = 1,013$, che è il suo valore a 100° gli errori non possono essere considerevoli, perchè questa temperatura è quasi media fra quella

Digitized by Google

della caldaja e del condensatore nelle macchine ad alta pressione. Per questo valore di c avendosi $\int cdt = q = 1,013t$, saranno pure

$$\int_{t_2}^{t_1} \frac{cdt}{a+t} = 1,013 \; log^e \frac{a+t_1}{a+t_2}, \; r_2 = 607 - 0,708\, t_2,$$

valori che insieme all'altro di J dato alla fine del n° 8 renderanno molto facile l'applicazione della (ε) e quindi della (γ).

Come applicazione abbiamo cercato il lavoro in kilogrammetri che può produrre un kil. di vapore a 150° allorchè esso dilatandosi passa successivamente alle temperature di 125°, 07; 100°; 76°; 25; 46°, 21. In questo caso il lavoro L_2 per ciascuna di queste temperature, ed i valori di J_1, J_2, q_2 ed x_2 che sostituiti nella (γ) ci hanno servito ad ottenerlo, sono scritti nel quadro che segue.

t	150°,	125°, 07	100°	76°,25	46°,21
x_2	»	0,9561	0,9122	0,8699	0,8164
J_1	608,326	«	«	«	«
J_2	«	602,573	596,908	591,667	585,245
q_2	«	125,969	100,5	76, 367	46,282
L_2	«	11353	23320	35495	51742

Ponendo in relazione il 1° valore di L_2 di questo quadro cogli altri, si vedrà che il lavoro prodotto dalla mac-

china è tanto maggiore, per quanto più grande è la differenza $t_1 - t_2$; e quindi che per una medesima quantità di calore comunicato dal fornello alla caldaja, la parte di esso che si trasforma in lavoro cresce col crescere della stessa differenza $t_1 - t_2$. Il lavoro prodotto sarebbe dunque il più grande possibile se l'espansione si spingesse fino al punto che la temperatura del vapore fosse precisamente eguale a quello mantenuta nel condensatore. Questo fatto, come lo abbiamo già accennato, fu fin dal 1824 indicato da Sadi-Carnot.

Ma se è importante per aumentare l'effetto utile della macchina di spingere quando più è possibile l'espansione, pure questa pratica non può esser seguita, perchè essa richiederebbe che la macchina avesse dimensioni impossibile a realizzarsi. Si è tentato di risolvere la difficoltà impiegando due liquidi inegualmente volatili, per esempio l'acqua e l'etere: la macchina è allora doppia; il vapore d'acqua prodotto nella caldaja alla temperature t_1 prima di entrare nel condensatore in cui esiste la temperatura t_3 si rende in un altro condensatore che è ad una temperatura t_2 intermedia fra t_1 e t_2; il calore svolto in questo condensatore serve in seguito a vaporizzare l'etere; il vapore d'etere prodotto spinge un secondo stantuffo e si rende nel condensatore alla temperatura t_3. Il primo condensatore fa la parte di fornello per la macchina ad etere. Ora si può scegliere la temperatura intermedia t_2 tale da rendere possibile l'espansione completa del vapore d'acqua fra le temperature t_1 e t_2, e quella del vapore d'etere da t_2 a t_3. Il lavoro totale ottenuto sarebbe appunto quello che si avrebbe se fosse possibile spingere l'espansione del solo vapore d'acqua da t_1 a t_3,

Conchiudiamo adunque coll'avvertire che i progessi delle macchine a vapore in generale, non possono dipendere che da quelle modifiche che tendono a diminuire sempre più la temperatura nel condensatore, e ad aumentar quella nella caldaja. Però essendo quest'ul-

Digitized by Google

tima modifica molto limitata , a causa della resistenza delle caldaje , il miglior mezzo allora per soddisfare alla condizione indicata sarebbe quello di servirsi del vapore riscaldato. Ed infatti poichè per una medesima quantità di vapore ed una stessa temperatura, il volume occupato dal vapore riscaldato è sempre maggiore di quello accupato dal vapore saturato , ne segue (n° 5) che la tensione del vapore , restando la stessa la temperatnra, è sempre minore nei vapori riscaldati, che in quelli saturati ; e quindi che tenuto conto della resistenza delle caldaje, l'impiego del vapore riscaldato è il mezzo più conveniente onde trasformare in lavoro la più gran parte possibile del calore che il fornello trasmette alla caldaja·

678360